

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 14.02.2009

CLASA A IX-A

1. Fie triunghiul ABC . Paralela prin A la BC taie paralela prin B la AC în P și paralela prin C la AB în M . Paralela prin B la AC taie paralela prin C la AB în N . Fie G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor ACM , ABP , respectiv BCN . Să se arate că triunghiurile ABC , MNP și $G_1G_2G_3$ au același centru de greutate.

prof. Carmen și Viorel Botea

2. Fie $S = n + (n + 2) + (n + 4) + \dots + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Determinați valorile lui n știind că numărul S are 3 cifre.

b) Pentru $n = 2009$, aflați câte cifre are numărul de cifre ale lui S^{2009} .

prof. Valentin Damian

3. Să se arate că $(1 + x^{2008})^{2009} \geq (1 + x^{2009})^{2008}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

prof. Dan Negulescu

4. Să se determine $m, n, p \in \mathbb{N}$ cu $n \neq 0$ astfel încât

$$\left[x + \frac{1}{n} \right] + \left[x + \frac{m\sqrt{2}}{n} \right] = [px], \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

prof. Gabriel Daniilescu

Notă:

1) Toate subiectele sunt obligatorii.

2) Timpul de lucru este de 3 ore.